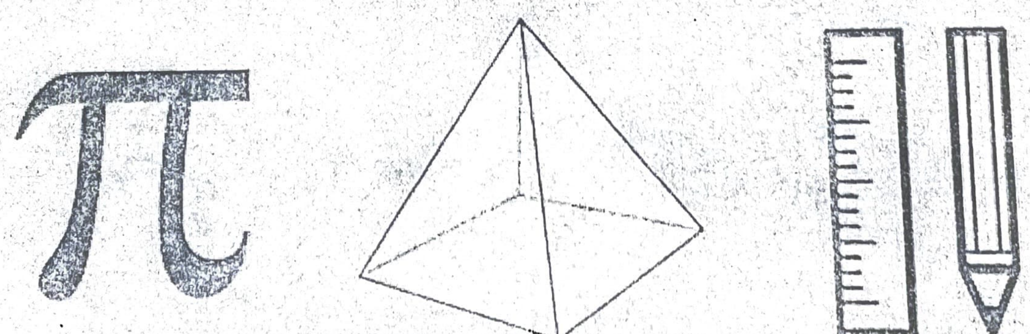
UNIVERSITE
D'ETAT D'HAITI

TCHALA MATHS INAGHEI DE 2017 À 2021

Mathématiques



Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.

« Séminaire Essentiel Bèt Concours »pour L'INAGHEI ET FDSE, frais d'inscription 250 Gourdes et Frais de participation 750 Gourdes, Pour plus d'infos appeler aux (+509)38984130/43526333/31285458.

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2017-2018

Mathématiques

1- Soit U_n une suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
on désigne par (S_n) la suite ,somme des n premiers termes de (U_n).
Calculer $\lim(S_n)$.

2- On considère f *et* g deux fonctions de variable réelle x telles que : $f(x) = \ln e^{2(x+3)}$ et $g(x) = 3x + 5$ .Démontrer que, pour tout $x \in D_f$ et $x \in D_f$; $3f(x) - 2g(x) = 8$.

3- Démontrer que, pour tout $x \in [1,6]$, on a l'inégalité suivante : $\sqrt{x+3} + 2 \leq 5$

4- soit x une variable aléatoire discrète définie sur un univers Ω *de* $(\Omega, p(\Omega), p)$ dont $\sigma(x)$ désigne l'écart-type de x.
Déterminer $\sigma(-3x + 5)$.

5- Lorsqu'une personne tousse, le rayon de la trachée diminue et on observe une variation de la vitesse de l'air dans la trachée.si r_o représente le rayon normal de la trachée, la relation qui existe entre la vitesse de l'air V et le rayon de la trachée r pendant la toux est donnée par une fonction qui s'écrit $V(r) = ar^2(r_0 - r)$ ou a est une constante positive .trouver a quelle valeur du rayon, la vitesse de l'air est maximale.

6- On considère A et B deux parties de $\mathbb{N}$ définie par :
$A = \{n \in \mathbb{N} / impaire / \ 5 \leq n < 19\}$
B=$\{n \in \mathbb{N} / \ n \ est \ premier \ 5 < n < 21\}$
Calculer card $(A \cap B)$.

7- Déterminer l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $E\left(\frac{2}{x}\right) = 3$.

8- Une boite contient 10 produits sur lesquels sont inscrits les chiffres et on décide d'en choisir 4 produits. si on choisit un premier produit de numéro pair, un deuxième de numéro impair et deux autres produits en même temps dans la boite , combien y-a-t-il des choix possible ?

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2019-2020
Mathématiques

Département : sciences comptables / Gestion des Affaires

1- Soit m un paramètre réel et on considère la matrice suivante : $\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 4 & 2 & m \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$. sachant que

$\det(M)$ désigne le déterminant de M, résoudre l'équation $\det(M) = 9m$.

2- Soit f *et* g deux fonctions numériques de variables réelle x telles que $f(x) = x^2$ et $g(x) = x$ Calculer l'aire A de la région fermé situé entre les courbes de f *et de* g sur $[0,1]$.

3- A) Déterminer le domaine de définition de la fonction $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$

$f(x) = \frac{4}{x+4}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $arc\sin x + arc\sin\frac{5}{4} = \frac{\pi}{4}$.

4- Déterminer les valeurs de la constante réelle b pour que $f(x) = (b-3)^x$ soit l'expression d'une fonction exponentielle.

5- Calculer la limite de la fonction f de variable réelle x définie par $f(x) = (e^x)^{\frac{2}{x}}$ quand x tend vers $+\infty$.

6- Déterminer le domaine de définition de la fonction f de variable réelle x telle que : $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{|x-1|-x}$.

7- On considère f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $(x) = \sin\sqrt{x}, x \geq 0$.

a) Déterminer $f'(x)$ désignant la fonction dérivée première de f.

b) Etablir la relation suivante $4x(f'(x))^2 + (f(x))^2 = 1$.

8- On considère f une fonction numérique de variable réelle x telle que : $f(x) = \cos 3x \,.\cos 2x$. déterminer la fonction primitive notée F de f selon la condition $F(x_o) = \sqrt{2}$ avec $x_o = \frac{\pi}{2}$.

9- Déterminer le taux d'intérêt qui peut faire tripler en 6 ans un certain montant quand les intérêts sont capitalisés une fois l'an.

10- Soit (U_n) une suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{18}{3^n}$. on définit une suite réelle (V_n) par $V_n = 3^n$; $n \in \mathbb{N}$ montrer que $V_{n+1} = an + b$ où a et b sont deux constantes réelles à préciser.

Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.

« Séminaire Essentiel Bèt Concours »pour L'INAGHEI ET FDSE, frais d'inscription 250 Gourdes et Frais de participation 750 Gourdes, Pour plus d'infos appeler aux (+509)38984130/43526333/31285458.

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2020-2021
Mathématiques

Département : sciences comptables / Gestion des Affaires

1- Le prix d'un litre d'essence est P (P est exprimé en francs)
   a) Quel est le volume V_1 du carburant acheté pour 100F ?
   b) Le prix du titre d'essence a augmenté de 25% par rapport à P. quel est le volume V_2 du carburant acheté pour 100F ?
   c) Calculer$\frac{V_2}{V_1}$, et vérifier que le pourcentage de diminution de volume du carburant acheté à 20%.
2- Trouver une valeur c prévue par le théorème de Lagrange pour la fonction $f(x) = x \ln x$ sur l'intervalle [2 ,3].
3- Déterminer le taux d'intérêt qui peut faire tripler en 15 ans un certain montant quand les intérêts sont capitalisés une fois l'an.
4- Déterminer le domaine de définition dans $\mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ de la fonction définie par $(x) = \frac{4}{3x+1}$.
5- Calculer l'aire de la figure plane bornée par la courbe $= x^3 - x$, l'axe des x et les verticales $x = -1 \; et \; x = 2$.
6- Compléter :
   La relation $[(x, y) \in \mathbb{R}^2/....]$ est représentée par l'ensemble des points intérieurs du cercle centré à l'origine et de rayon égal à r unités.
7- Donner les solutions dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :
   1- $e^{3x} - \frac{3}{2}e^{2x} + e^x - \frac{5}{2} = 0$.
   2- $\ln \sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$.
8- A) vérifier que $\cos x + arc \sin x = \frac{\pi}{2}$
   .
   c) Vérifier la constance ou non de cette fonction dans $\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$
9- Etudier la parité de la fonction définie par :$f(x) = |5x + 6| - |5x - 6|$.
10- Montrer que l'intégrale $\int \frac{dx}{4x}$ est égale à $\ln \sqrt[4]{|x|} + k$.

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2020-2021
Mathématiques

Département : ADMINISTRATION PUBLIQUE / SCIENCES POLITIQUES

1. Calculer l'angle formé par les vecteurs $\vec{U} = (2,3,0)$ *et* $\vec{V}(1,1,1)$.
2. Trouver la valeur de la base b d'une fonction logarithme passant par le point A(9,2).

3. Soit A, une matrice carrée d'ordre n définie par :
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, Alors la matrice transposée de A est…………………..
4. Sachant que $\log_b 3 = 0{,}565$, $\log_b 4 = 0{,}712$, $\log_b 5 = 0{,}827$
Evaluer les expressions suivantes à l'aide des propriétés logarithmiques :
$\mathbf{\log_b 9/20}$, $\mathbf{\log_b 0,75}$, $\mathbf{\log_b 60}$

5. Trouver une valeur c prévue par le théorème de Rolle sur l'intervalle [-1 ,3] pour la fonction $f(x) = x^2 - 2x - 2$.
6. Déterminer le taux d'intérêt qui peut faire tripler en 15 ans un certain montant quand les intérêts sont capitalisés une fois l'an.
7. Calculer l'aire de la figure plane bornée par la courbe $= x^3 - x$, l'axe des x et les verticales $x = -1$ *et* $x = 2$.
8. Calculer la dérivée première des fonctions définies par :
   1- $\boldsymbol{f(x) = sin^{8}(2x^2 + 3x - 7)}$
   2- $\boldsymbol{f(x) = tg^4(5x^2 - 2)}$
9. Etudier la parité de la fonction définie par :$f(x) = |5x + 6| - |5x - 6|$.

10. A) vérifier que $arc \cos x + arc \sin x = \frac{\pi}{2}$
B)Vérifier la constance ou non de cette fonction dans $\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$.

Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.

INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2021-2022
Mathématiques 90 minutes

Département : Gestion des Affaires /Sciences Comptables

1- On considère la fonction f definie sur $[-1, +\infty[$ par $f(x) = \ln(ax + b) + 2 + x$
   a) Déterminer les réels a et b tels que $f(-1) = 3$ et $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$
   b) Calculer la valeur exacte de $I = \int_0^2 f(x)dx$.

2- Lors du deuxième tour d'élections municipales d'une commune, les habitants ont été amenés à choisir entre la liste conduite par Mme A(liste A) et celle conduite par Mr. B. 42% des électeurs ont voté pour la liste A, 30% pour la liste B, 3% ont voté nul et 25% se sont abstenus d'aller voter.
   a) Montrer que la probabilité qu'un votant ait choisi la liste A est égale à 0,56 et que la probabilité qu'il ait choisi la liste B est égale 0.4
   b) En déduire la probabilité qu'un votant ait voté nul

3- Soit la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{2U_n} \end{cases}$, pour tout entier nature ln, la suite (U_n) étant une suite de termes strictement positifs, on pose $V_n = lnU_n - ln2$.
   a) Montrer que la suite V_n est une suite Géométrique en donnant son premier terme V_0 ainsi que sa raison.
   b) Déduire l'expression générale de V_n en fonction de n.
   c) Calculer la limite de la suite (V_n).En déduire la limite de la suite (U_n).

4- Soit $f(x) = xe^x + \ln(x^2 + 2x + 2)$
   a) Calculer la pente de la tangente à la courbe de f au point $(0, f(0))$.
   b) Déterminer le point de la courbe de f où la pente de la tangente à cette courbe est nulle.

5- Sachant que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ est nilpotente .Trouver son indice de nilpotente p.

6- Trouver l'équation symétrique d'une droite qui passe par les points (0,4) et (-5,0).

7- Montrer que $\sqrt[m\cdot n]{a} \in \mathbb{R}$, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$.

8- Ecrire la notion de Sigma pour les sommes suivantes :
   c) 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + …. + (3n+2).
   d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8}$

9- Soit $f(x) = arcsinx + arccosx$
   a) Evaluer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
   b) Calculer $f'(x)$
   c) Est-il possible que la fonction f soit une constante ? si oui, déterminer la valeur de cette constante, si non, pourquoi ?

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2021-2022
Mathématiques 90 minutes

Département : ADMINISTRATION PUBLIQUE / SCIENCES POLITIQUES

1- Evaluer la limite de la fonction définie par $(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{6}}}{x-6}$.

2- Lors du deuxième tour d'élections municipales d'une commune, les habitants ont été amenés à choisir entre la liste conduite par Mme A(liste A) et celle conduite par Mr. B. 42% des électeurs ont voté pour la liste A, 30% pour la liste B, 3% ont voté nul et 25% se sont abstenus d'aller voter.

a) Montrer que la probabilité qu'un votant ait choisi la liste A est égale à 0.56 et que la probabilité qu'il ait choisi la liste B est égale 0.4

b) En déduire la probabilité qu'un votant ait voté nul.

3- Soit la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{2U_n} \end{cases}$, pour tout entier nature $\ln n$, la suite (U_n) étant une suite de termes strictement positifs, on pose $V_n = lnU_n - ln2$.

a) Montrer que la suite V_n est une suite Géométrique en donnant son premier terme V_0 ainsi que sa raison.

b) Déduire l'expression générale de V_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite (V_n).En déduire la limite de la suite (U_n).

4- Soit $f(x) = xe^x + \ln(x^2 + 2x + 2)$

a) Calculer la pente de la tangente à la courbe de f au point $(0, f(0))$.

b) Déterminer le point de la courbe de f où la pente de la tangente à cette courbe est nulle.

5- Sachant que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ est nilpotente

Trouver son indice de nilpotente p.

6- Trouver l'équation symétrique d'une droite qui passe par les points (0,4) et (-5,0).

7- Montrer que ${}^{m\cdot n}\sqrt{a} \in \mathbb{R}$, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$.

8- Ecrire la notion de Sigma pour les sommes suivantes :

a) 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + …. + (3n+2).

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8}$

9- Une fonction définie par $f(x) = a^x$ est une fonction exponentielle de base a. Pour une telle fonction , $a \in$ …….. et a …………1

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES (INAGHEI)
CONCOURS D'ADMISSION 2021-2022
Mathématiques 90 minutes

Département : ADMINISTRATION PUBLIQUE / SCIENCES POLITIQUES

1- Evaluer la limite de la fonction définie par $(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{6}}}{x-6}$.

2- Lors du deuxième tour d'élections municipales d'une commune, les habitants ont été amenés à choisir entre la liste conduite par Mme A(liste A) et celle conduite par Mr. B. 42% des électeurs ont voté pour la liste A, 30% pour la liste B, 3% ont voté nul et 25% se sont abstenus d'aller voter.

a) Montrer que la probabilité qu'un votant ait choisi la liste A est égale à 0.56 et que la probabilité qu'il ait choisi la liste B est égale 0.4

b) En déduire la probabilité qu'un votant ait voté nul.

3- Soit la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{2U_n} \end{cases}$, pour tout entier nature ln, la suite (U_n) étant une suite de termes strictement positifs, on pose $V_n = lnU_n - ln2$.

a) Montrer que la suite V_n est une suite Géométrique en donnant son premier terme V_0 ainsi que sa raison.

b) Déduire l'expression générale de V_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite (V_n).En déduire la limite de la suite (U_n).

4- Soit $f(x) = xe^x + \ln(x^2 + 2x + 2)$

a) Calculer la pente de la tangente à la courbe de f au point $(0, f(0))$.

b) Déterminer le point de la courbe de f où la pente de la tangente à cette courbe est nulle.

5- Sachant que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ est nilpotente

Trouver son indice de nilpotente p.

6- Trouver l'équation symétrique d'une droite qui passe par les points (0,4) et (-5,0).

7- Montrer que $\sqrt[m\cdot n]{a} \in \mathbb{R}$, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$.

8- Ecrire la notion de Sigma pour les sommes suivantes :

a) 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + ... + (3n+2).

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8}$

9- Une fonction définie par $f(x) = a^x$ est une fonction exponentielle de base a. Pour une telle fonction , $a \in$ …….. et a …………1

INSTITUT NATIONAL D'ADMINISTRATION, DE GESTION ET DES HAUTES ÉTUDES

Correctum Concours INAGHEI

Concours D'admission INAGHEI 2019-2020 (département, gestion des affaires/ sciences comptables)

Résolution #1

$$M = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 4 & 2 & m \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Résolvons l'équation det(M)=9m

Cherchons d'abord le déterminant de M.

$$\det(M) = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 4 & 2 & m \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} m & 1 \\ 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{matrix}$$

$\det(M) = 10m - m + 8 + 2 - 2m^2 - 20$

$\det(M) = 9m - 2m^2 - 10 = -2m^2 + 9m - 10$

Sachant que det(M)= 9m l'équation devient :

$$9m = -2m^2 + 9m - 10$$
$$\Rightarrow -2m^2 = 10$$
$$\Rightarrow m^2 = -5(absurde)$$
$$S = \{\,\}$$

Résolution #2

$f(x) = x^2$ *et* $g(x) = x$

Calculons l'aire A de la région ferme situe entre les courbes de f et g sur [0,1]

F et g étant continues sur [0,1] et g(x) ≥ f(x)

$A = \int_a^b (g(x) - f(x))dx \times 1ua$

$A = \int_0^1 (x - x^2)dx \times 1UA$

$A = \left[\int_0^1 xdx - \int_0^1 x^2 dx\right] \times 1\ UA$

$A = \left[\left(\frac{x^2}{2}\right)_0^1 - \left(\frac{x^3}{3}\right)_0^1\right] \times 1UA$

$A = \left[\left(\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3}\right)\right] \times 1UA$

$A = \frac{1}{6}\ UA$

Résolution #3

A) Déterminons le domaine de définition de f.

$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$

$x \longrightarrow f(x) = \frac{4}{x+4}$

$Df = \{\forall x \in \mathbb{N}, f(x) \in \mathbb{Z}\}$

$Df = \{0\}$

B) Résolvons dans $\mathcal{R}$ $arcsinx + arc\sin\frac{3}{4} = \frac{\pi}{4}$

Prenons le sinus des membres

$\sin\left[arcsinx + arcsin\frac{3}{4}\right] = \sin\frac{\pi}{4}$

$$\sin(\arcsin x) + \sin(\arcsin\frac{3}{4}) = \sin\frac{\pi}{4}$$

Or $\sin(\arcsin x) = x\ ;\forall\, x \in [-1{,}1]$

$$x + \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$S = \left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{4}\right\}$$

Résolution #4

Déterminons les valeurs de la constante réelles b pour que $f(x)$ soit l'expression d'une fonction exponentielle :

$$f(x) = (b-3)^x$$

Puisque $f(x)$ est une fonction exponentielle de la forme a^x avec $a > 0$ et$a \neq 1$, par conséquent $b - 3 > 0$ et $b - 3 \neq 1 \Rightarrow b \neq 4$

D'où

$b \in]3, +\infty[\setminus\{4\}$

Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.

Résolution #5

$$f(x) = (e^x)^{\frac{2}{x}}$$

Calculons la limite de $f(x)$ qd $x \to +\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = (e^{+\infty})^{\frac{2}{+\infty}} = +\infty^0 (\text{F. I})$$

Levons l'indétermination

$f(x) = (e^x)^{\frac{2}{x}}$, f peuts'ecrire sous la forme$(a^n)^p = a^{n \times p}$. D'où

$$f(x) = e^{x \times \frac{2}{x}} \Rightarrow f(x) = e^2$$

Passage à la limite :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} e^2 = e^2$$

D'où $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x)^{\frac{2}{x}} = e^2$

Résolution #6

$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{|x-1|-x}$$

Déterminons le domaine de définition de $f(x)$

$Df = \{\forall x \in \mathbb{R}, f(x) existe \Leftrightarrow 4 - x \geq 0$ et$|x-1| - x \neq 0\}$

1) $4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4, x \in]-\infty; 4]$
2) $|x-1| - x \neq 0$

Posons $|x-1| - x = 0$

a)si $x - 1 \geq 0 \Rightarrow |x-1| = x - 1 \Rightarrow x - 1 = x$

$0 = -1$ (Absurde)

b) Si$x - 1 \leq 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1)$

$$\Rightarrow -x + 1 = x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$Df =]-\infty; 4[\setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Résolution #7

$f(x) = \sin\sqrt{x}$,$x \geq 0$

a) Déterminons $f'(x)$

$t = \sin u \Rightarrow t' = u' \cos u$

$u = \sqrt{x} \Rightarrow u' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

b) Etablissons la relation suivante :

$4x(f'(x))^2 + (f(x))^2 = 1$

Posons $k = 4x(f'(x))^2 + (f(x))^2 = 1$

$k = 4x\left(\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\right)^2 + (\sin\sqrt{x})^2$

$k = 4x\left(\frac{cos^2\sqrt{x}}{4x}\right) + sin^2\sqrt{x} \Rightarrow$

$\boxed{k = cos^2\sqrt{x} + sin^2\sqrt{x} = 1}$

D'où $\mathbf{4x(f'(x))^2 + (f(x))^2 = 1}$

Résolution #7

$$f(x) = \cos 3x \cdot \cos 2x$$

Déterminons $F(x)$, tel que $F(x_0) = \sqrt{2}$ avec $x_0 = \frac{\pi}{2}$

$$F(x) = \int (\cos 3x \cdot \cos 2x) dx$$

On sait que :

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$F(x) = \int \frac{1}{2}[\cos(3x-2x) + \cos(3x+2x)] dx$$

Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.

$$F(x) = \frac{1}{2}\int (\cos x + \cos 5x)\, dx$$

$$F(x) = \frac{1}{2}\int \cos x\, dx + \frac{1}{2}\cos 5x\, dx$$

avec $\int \cos ax = \frac{1}{a}\sin ax + c$

on a : $F(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{10}\sin 5x + c$

$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2} + \frac{1}{10}\sin\frac{5\pi}{2} + c$

$\sqrt{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + c \Rightarrow c = \frac{5\sqrt{2}-3}{5}$

D'où $F(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{10}\sin 5x + \frac{5\sqrt{2}-3}{5}$

Résolution #9

Déterminons le taux d'intérêt

$Vf = Vp(1+i)^n$ Sachant que $Vf = 3Vp$

$\Rightarrow 3Vp = vp(1+i)^n$

$\Rightarrow 3 = (1+i)^6 \Rightarrow i + 1 = \sqrt[6]{3}$

$i = 20,09\%$

Résolution#10

$U_n = \frac{18}{3^n} V_n = 3^n \cdot U_n - 3n, n \in N$

Montrons que $V_{n+1} = an + b$ *et precisons a et b*

$V_{n+1} = 3^{n+1} \cdot U_{n+1} - 3(n+1)$; $U_{n+1} = \frac{18}{3^{n+1}}$

$V_{n+1} = 18 - 3n - 3 \Rightarrow V_{n+1} = -3n + 15$

D'où $a = -3$ *et* $b = 15$

Résolution Concours INAGHEI 2020-2021/département : sciences comptables / Gestion des Affaires.

Résolution#1

Soit P le prix d'un titre d'essence.

a) Calculons le volume V_1 du carburant acheté pour 100F.

Si $1l \longrightarrow PF$

$V_1 \longrightarrow 100F$

$PV_1 = 100 \times 1l \Rightarrow V_1 = \frac{100l}{P}$

b) Si le prix a augmenté de 25% par rapport à P qui devient P'. Calculons le volume V_2 du carburant pour 100P.

P'= P+ 25%P

P'=1,25P

$V_2 = \frac{100}{1{,}25P} \Rightarrow V_2 = \frac{80l}{P}$

c) Calculons $\frac{V_2}{V_1}$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{80l}{P}}{\frac{100l}{P}} \Rightarrow \frac{80l}{P} \times \frac{P}{100l} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$= 0,8$$

Vérifions que le pourcentage de diminution de volume du carburant acheté a 20%.

$\frac{V_2}{V_1} = 100\% - 80\% \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 20\%$

Le pourcentage total est 100%, tandis que celle de l'augmentation est 80%, Alors :

$\frac{V_2}{V_1} = 100\% - 80\% \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 20\%$

Résolution#2

$f(x) = xlnx \qquad I = [2,3]$

Trouvons une valeur C prévue par le théorème de Lagrange.

$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \qquad a = 2$ *et* $b = 3$

$f(3) = 3ln3$ *et* $f(2) = 2ln2$

$f'(x) = lnx + 1$

$f'(c) = lnc + 1$ D'où $lnc + 1 = \frac{3ln3-2ln2}{3-2}$

$lnc + 1 = 3ln3 - 2ln2 \Longrightarrow lnc + 1 = ln27 - ln4$

$lnc + 1 = ln\frac{27}{4} \Longrightarrow lnc = ln\frac{27}{4} - 1$

Prenons l'exponentielle des 2 membres

$$e^{lnc} = e^{ln\frac{27}{4}-1} \Longrightarrow c = e^{ln\frac{27}{4}} \times e^{-1} \Longrightarrow c = \frac{27}{4}.e^{-1}$$

Avec $e^{-1} = \frac{1}{e}$ $\quad c = \frac{27}{4e}$

Résolution#3

Déterminons le taux d'intérêt qui peut faire tripler en 15 ans un certain montant quand les intérêts sont capitalises une fois l'an.

$VF = VP(1+i)^n$ $\quad$ n=15

$VF = 3VP \Longrightarrow 3VP = VP(1+i)^n \Longrightarrow 3 = (1+i)^n$

$3 = (1+i)^{15} \Longrightarrow 1 + i = \sqrt[15]{3} \Longrightarrow i = \sqrt[15]{3} - 1\%$

$i = 7,58\%$

Résolution#4

Déterminons le domaine de définition de f

$f: \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$

$x \to f(x) = \frac{4}{3x+1}$

$Df = \{\forall x \in \mathbb{N}, f(x) \in \mathbb{Z}\}$

$Pour\ x = 0 \in \mathbb{N}\ \ f(0) = \frac{4}{3\times0+1} = 4 \in \mathbb{Z}$

$x = 2 \in \mathbb{N}\ \ f(1) = \frac{4}{3\times1+1} = 1 \in \mathbb{Z}$

$x = 2 \in \mathbb{N}\ f(2) = \frac{4}{3\times2+1} = \frac{4}{7} \notin \mathbb{Z}$ $D'où\ \boldsymbol{Df} = \{0, 1\}$

Resolution#5

Calculons l'aire de la figure plane bornee sur [-1,0]

$f(x) = x^3 - x$

$A = \int_{-1}^{2} f(x)dx \times 1UA$

$A = \int_{-1}^{2} (x^3 - x)dx \times 1UA$

$A = \left[\int_{-1}^{2} x^3 dx - \int_{-1}^{2} xdx\right] \times 1UA$

$A = \left[\left[\frac{x^4}{4}\right]_{-1}^{2} - \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{2}\right] \times 1UA$

$A = (F(2) - F(1)) \times 1UA$

$A = \left(\frac{2^4}{4} - \frac{-1^4}{4} - \frac{2^2}{2} + \frac{-1^2}{2}\right) \times 1UA$

$A = \left(4 - \frac{1}{4} - 2 + \frac{1}{2}\right) \times 1UA$

$A = \frac{9}{4} UA$

Resolution#6

La relation $[(x,y) \in \mathbb{R} \backslash (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2]$ est représentée par l'ensemble des points intérieurs -1du cercle centre a l'origine et de rayon égal à r unités.

Resolution#7

Déterminons les solutions dans $\mathbb{R}$ les equations suivantes :

1. $e^{3x} + e^x - \frac{5}{2} = 0$

$e^{2x}\left(e^x - \frac{5}{2}\right) + \left(e^x - \frac{5}{2}\right) = 0$

$\left(e^x - \frac{5}{2}\right)(e^{2x} + 1) = 0$

$e^x - \frac{5}{2} = 0\ et\ e^{2x} + 1 = 0$

$e^x = \frac{5}{2}\ et\ e^{2x} = -1(absurde)$

Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.

Prenons ln des deux membres

$lne^x = ln\frac{5}{2} \Rightarrow x = ln\frac{5}{2}$

$s = \left\{ln\frac{5}{2}\right\}$

2.- $ln\sqrt{2x-3} = ln(6-x) - \frac{1}{2}lnx$

$ln(2x-3)^{\frac{1}{2}} = ln(6-x) - \frac{1}{2}lnx$

$\frac{1}{2}ln(2x-3) = ln(6-x) - \frac{1}{2}lnx$

Condition de validite.

$2x-3>0 \Rightarrow 2x>3 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

$6-x>0 \Rightarrow 6>x \Rightarrow x<6$

$x>0$

Dressons le tableau de signe

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	6	$+\infty$
$2x-3=0$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$6-x=0$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$x=0$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-3>0$	X	X	V	V	
$6-x>0$	V	V	V	X	
$x>0$	X	V	V	V	

D'où $D_v =]\frac{3}{2}, 6[$

$\Rightarrow \ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$

$\Rightarrow \ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \ln x^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \ln\sqrt{2x-3} = \ln\left(\frac{6-x}{\sqrt{x}}\right)$

par bijectivité de ln, on a :

$\sqrt{2x-3} = \frac{6-x}{\sqrt{x}}$

Elevons les membres aux carrés on obtient :

$x^2 + 9x - 36 = 0 \Rightarrow \Delta = 225$

$\begin{cases} x' = -12 \notin D_v \\ x'' = 3 \in D_v \end{cases}$ d'où $S = \{\ 3\ \}$

Résolution #8

Vérifions que :$Arc\cos x + Arcsin\, x = \frac{\pi}{2}$,$\forall x \in [-1, 1]$

En effet pour $x \in [-1, 1]$, posons arcsin $x = y$.

Nous avons : $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ $et \sin y = x$

on a : $0 \leq \frac{\pi}{2} - y \leq \pi$, on obtient :

$Arc\cos x + Arcsin\, x = y +$ $arc\cos(\cos\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \frac{\pi}{2}$

C) Vérifions la constance ou non de cette fonction dans $\mathbb{R}$

$f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$,

Etudions le signe de la valeur absolue

- ✓ Si $x-1>0 \Rightarrow |x-1| = x-1$
- ✓ Si $x-1<0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1)$

$$\boxed{\begin{gathered} f(x) = \frac{x-1}{x-1} = 1 \\ f(x) = \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 \end{gathered}}$$

Résolution #9

Etudions la parité de la fonction définie par : $f(x) = |5x+6| - |5x-6|$,$\forall x \in Df, \forall -x \in Df$

Si $f(-x) = f(x), f$ *est paire*
Si $f(-x) = -f(x), f$ *est impaire*

Calculons $f(-x)$
$f(-x) = |5(-x) + 6| - |5(-x) - 6|$
$f(-x) = |-5x + 6| - |-5x - 6|$
$f(-x) = |-(5x - 6)| - |-(5x + 6)|$
$f(-x) = |-1| \cdot |5x - 6| - |-1| \cdot |5x + 6|$
$f(-x) = |5x - 6| - |5x + 6|$
$f(-x) = -(-|5x - 6| + |5x + 6|)$
$f(-x) = -(|5x + 6| - |5x - 6|)$
$f(-x) = -f(x)$ d'où f est impaire

Résolution #10

Montrons que l'intégrale $\int \frac{1}{4x} dx =$ $\ln \sqrt[4]{|x|}$+k

posons $f(x) = \int \frac{1}{4x} dx$

$f(x) = \frac{1}{4} \int \frac{1}{x}\, dx \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(\ln|x|) + k$

$f(x) = \frac{1}{4}\ln|x| + k \Longrightarrow f(x) = \ln|x|^{\frac{1}{4}} + k$

on sait que : $a^{\frac{1}{x}} = \sqrt[n]{a}$

D'où

$\boxed{f(x) = \ln \sqrt[4]{|x|} + k}$

C.Q.F.D

<u>Concours D'admission Inaghei 2020-2021 (département, Administration Publique / sciences Politiques)</u>

<u>Résolution #1</u>

1. Calculons l'angle formé par les vecteurs $\vec{U}(2,3,0)$ et $\vec{V}(1,1,1)$
   $\cos\theta = \frac{\vec{U}\cdot\vec{V}}{||\vec{U}||\cdot||\vec{V}||}$

$\overrightarrow{||U||}$ *et* $\overrightarrow{||V||}$ étant la norme du vecteur $\vec{U}$ *et* $\vec{V}$

$\overrightarrow{||U||} = \sqrt{x^2{}_1 + y^2{}_1 + z^2{}_1} =$
$\sqrt{2^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{12}$

$\overrightarrow{||V||} = \sqrt{x^2{}_1 + y^2{}_1 + z^2{}_1} =$
$\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$

$\vec{U}\cdot\vec{V} = (x_1 \times x_2 + y_1 \times y_2 + z_1 \times z_2)$
$\vec{U}\cdot\vec{V} = 2 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 = 5$
$\cos\theta = \frac{5}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{39}}$
$\theta = cos^{-1}(\frac{5}{\sqrt{39}}) \Longrightarrow \theta = 36.8°$

$\boxed{\theta = 36.8}$

Résolution #2

Trouvons la valeur de la base b d'une fonction logarithme passant par le point A(9,2)

$\log_b 9 = 2 \Longrightarrow \frac{\ln 9}{\ln b} = 2 \Longrightarrow \ln 9 = 2\ln b$

$\ln 9 = \ln b^2$, par bijectivité de ln on obtient :

$\boxed{b = 3}$

$b^2 = 9 \Longrightarrow b = 3$

Résolution #3

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, Déterminons la tranposée de A .

$A^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. La transposée d'une matrice A se note A^t, la matrice obtenue transforme les lignes en colonnes et les colonnes en lignes.

Résolution #4

Sachant que $\log_b 3 = 0{,}565$; $\log_b 4 = 0{,}712$

$\log_b 5 = 0{,}827$

Evaluons les expressions suivants à l'aide des propriétés logarithemiques :

$$\log_b 9/2o = \log_b 9 - \log_b 20$$

$$\log_b 9/2o = \log_b 9 - \log_b(4 \times 5)$$

$$\log_b 9/2o = \log_b 9 - (\log_b 4 + \log_b 5)$$

$$\log_b 9/2o = 2\log_b 3 - \log_b 4 - \log_b 5$$

$$\log_b 9/2o = 2 \times 0{,}565 - 0{,}712 - 0{,}827$$

$$\boxed{\log_b 9/2o = -0{,}409}$$

$$\log_b 0{,}75 = \log_b 3/4$$

$\log_b 0{,}75 = \log_b 3 - \log_b 4 = 0{,}565 - 0{,}712$

$$\boxed{\log_b 0{,}75 = -0{,}147}$$

$$\log_b 60 = \log_b 12 \times 5 = \log_b 12 + \log_b 5$$
$$\log_b 60 = \log_b 4 \times 3 + \log_b 5$$
$$\log_b 60 = \log_b 4 + \log_b 3 + \log_b 5$$

$$\log_b 60 = 0.712 + 0.565 + 0.827$$

$$\boxed{\log_b 60 = 2.104}$$

Résolution #5

$f(x) = x^2 - 2x - 2$

Trouvons une valeur c prévue par le théorème de Rolle sur l'intervalle [-1, 3].

Voyons s'il existe au moins un réel c en supposant que $f(-1) = f(3)$

$f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 2 = 1$

$f(3) = 3^2 - 2 \times 3 - 2 = 1$

$f(-1) = f(3) = 1$, donc il existe au moins un réel c .

Calculons $f'(x)$

$f'(x) = 2x - 2$

Calculons $f'(c)$

$$f'(c) = 2c - 2$$
$$\Rightarrow f'(c) = 0 \Rightarrow 2c - 2 = 0$$

$$\boxed{c = 1}$$

Résolution #6

Déterminons le taux d'intérêt qui peut faire tripler en 15 ans

$V_f = V_p(1+i)^n \Rightarrow V_f = 3V_p$

$3V_p = V_p(1+i)^n \Rightarrow 3 = (1+i)^{15}$

$$1 + i = \sqrt[15]{3} \Rightarrow i = \sqrt[15]{3} - 1$$

$$\boxed{i = 7.59\%}$$

Résolution #7

Déjà Resolu

Résolution #8

Calculons la dérivée première des fonctions :

a) $f(x) = sin^8(2x^2 + 3x - 7)$

$f = \sin U \Rightarrow f' = U' \cos U$

$U = (2x^2 + 3x - 7)^8$

$\Rightarrow U' = 8(4x+3) \cdot (2x^2 + 3x - 7)^7$

$$\boxed{f'(x) = 8(4x+3) \cdot (2x^2 + 3x - 7)^7 cos^8(2x^2 + 3x - 7)}$$

b) $f(x) = \tan^4(5x^2 - 2)$

$f = \tan U \Rightarrow f' = \frac{U'}{\cos^2 U}$

$U = (5x^2 - 2)^4$

$\Rightarrow U' = 4 \cdot 10x \cdot (5x^2 - 2)^3$

$$f'(x) = \frac{40x\cdot(5x^2-2)^3}{\cos^2(5x^2-2)^4}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{40x\cdot(5x^2-2)^3}{\cos^6(5x^2-2)}}$$

CONCOURS D'ADMISSION 2021-2022

Mathématiques 90 minutes

Département : Gestion des Affaires /Sciences Comptables

Résolution #1

Evaluons la limite de f(x)

$$\lim_{x\to 6} f(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{6}}}{x-6} = \frac{0}{0}$$

Levons l'indétermination

$$f(x) = \frac{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{x}}{\sqrt{6x}}}{x-6}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{x}}{(x-6)\sqrt{6x}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-\sqrt{6})(\sqrt{x}+\sqrt{6})\sqrt{6x}}$$

On sait que :

$$a-b = (\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2$$
$$= (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$$

$$= \frac{-(\sqrt{x}-\sqrt{6})}{(\sqrt{x}-\sqrt{6})(\sqrt{x}+\sqrt{6})\sqrt{6x}}$$

$$f(x) = \frac{-1}{(\sqrt{x}+\sqrt{6})\sqrt{6x}}$$

Passage a la limite

$$\lim_{x\to 6} f(x) = \frac{-1}{(\sqrt{6}+\sqrt{6})\sqrt{36}}$$

$$\boxed{\lim_{x\to 6} f(x) = \frac{-1}{12\sqrt{6}}}$$

Résolution #2

Montrons que $p(A) = 0.56$ et $p(B) = 0.4$:

$$p(A) = \frac{Nombres\ de\ cas\ favorables}{Nombres\ de\ cas\ possibles}$$

$$p(A) = \frac{0.42}{0.42+0.3+0.03} = \frac{0.42}{0.75}$$

$$\boxed{p(A) = 0.56}$$

$p(B) = \frac{0.3}{0.75} \Rightarrow \mathbf{p(B) = 0.4}$

b) Déduisons la probabilité qu'un votant ait voté nul :

$p(A)+p(B)+p(N) = 1$

$\Rightarrow 0.56+0.4+p(N) = 1$

$\Rightarrow \mathbf{p(N) = 0.04}$

Résolution #3

a) Déterminons les réels a et b tels que $f(-1) = 3$ et $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

Calculons $f(-1)$ et $f'(-\frac{1}{2})$

$f(-1) = \ln(-a+b)+1$

$f'(x) = \frac{U'}{U} = \frac{a}{ax+b}+1$

$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2a}{-a+2b}+1$

Formons un système d'équation pour trouver a et b

$$\begin{cases}\ln(-a+b)+1 = 3\\ \frac{2a}{-a+2b}+1 = 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\ln(-a+b) = 2\\ a = -2b\end{cases} \Rightarrow \{\ln 3b = 2$$

On n'arriverait jamais à calculer $f\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$,

puisque $f\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$n'appartient pas à l'intervalle [-1 ;1].

b) **Calculons $f'(x)$**

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f'(x) = 0$$

c) Non, parce que arcsin x *et* arccos x sont des fonctions réciproques, en effet les fonctions constantes ne possèdent pas de réciproque car elles ne sont pas bijective.

CONCOURS D'ADMISSION 2021-2022

Mathématiques 90 minutes

Département : Adm. Publique / Sciences Politiques

Résolutions #1 Jusqu'à #8

Déjà résolu dans la page précédente

Résolution #9

Une fonction définie par $f(x) = a^x$ est une fonction exponentielle de base a. Pour une telle fonction, $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}_+^*$ et $\boldsymbol{a} \neq 1$

Prenons exponentielle des membres

$e^{\ln 3b} = e^2$ on sait que :$e^{\ln a} = a$

D'où $3b = e^2$

$$\boxed{b = \frac{e^2}{3} \text{ et } a = -\frac{2e^2}{3}}$$

b) Calculons la valeur exacte de

$I = \int_0^2 f(x)dx$

$I = \int_0^2 \ln(ax+b) + 2 + x\,dx$

$I = \int_0^2 \ln(ax+b)\,dx + \int_0^2 2\,dx + \int_0^2 x\,dx$

On sait que $\int \ln U = U' \ln U - U + c$

I=$[a\ln(ax+b) - (ax+b)]_0^2 + [2x]_0^2 + \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 + c$

$I = a\ln(2a+b) - alnb - 2a + 6 + c$

$$\boxed{I = a\left[\ln\frac{2a+b}{b} - 2\right] + 6 + c}$$

a) Montrons que V_n est une suit géométrique :

$V_n = \ln U_n - \ln 2 \Rightarrow$

$V_{n+1} = lnU_{n+1} - ln2$

$V_{n+1} = \ln\sqrt{2U_n} - \ln 2$

$V_{n+1} = \frac{1}{2}\ln 2U_n$-$\ln 2$

$V_{n+1} = \frac{1}{2}(\ln 2 + \ln U_n) - \ln 2$

$V_{n+1} = \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln U_n - \ln 2$

$V_{n+1} = \frac{1}{2}\ln U_n - \frac{1}{2}\ln 2$

$V_{n+1} = \frac{1}{2}(\ln U_n - \ln 2)$

$$\boxed{V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n}$$

D'où V_n est une suite géométrique de raison q= $\frac{1}{2}$. Calculons V_0

$V_0 = \ln U_0 - \ln 2 \Rightarrow \boldsymbol{V_0 = -\ln 2}$

b) Déduisons V_n en fonction de n :

$V_n = V_0 \times q^n \Rightarrow \boldsymbol{V_n} = -\ln 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

c) *Calculons la limite de la suite* V_n :

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} V_n = -\ln 2}$$

d) Déduisons la limite de la suite U_n :

$V_n = \ln U_n - \ln 2 \Rightarrow U_n = e^{V_n + \ln 2}$

$U_n = e^{\frac{-\ln 2}{2^n} + \ln 2}$

d'où $\boxed{\lim_{n\to+\infty} U_n = 2}$

Résolution #4

$f(x) = xe^x + \ln(x^2 + 2x + 2)$

a) Calculons la pente de la tangente :

déterminons $f'(x)$ *puis* $f'(0)$ Pour trouver la pente :

$f'(x) = e^x + xe^x + \frac{2x+2}{x^2+2x+2} \Rightarrow \boldsymbol{f'(0) = 2}$

d'où la pente de la tangente est 2.

c) Déterminons le point où la pente de la tangente de la courbe est nulle : calculons $f(o)$:

$f(0) = \mathbf{\ln 2}$

Résolution #5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Trouvons son indice de nilpotente P

Rappel : une matrice nilpotente est une matrice carre dont il existe une puissance égale à la matrice nulle en d'autres termes s'il existe un entier naturel p tel que A^p soit nulle.

Pour P=2

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}^2$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$ donc, A^2n'est pas nilpotente.

Pour P=3

$$A^3 = A^2 \times A$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ **d'où l'indice de nilpotence est P=3.**

Résolution #6

Trouvons l'équation symétrique des deux points suivantes : (0 ; 4) et (-5 ; 0)

Y=mx+p

Déterminons la valeur de la pente m :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-4}{-5-0} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

D'où y=0,8x+p

A l'aide d'un point connu parmi n'importe d'entre eux on choisit (0 ; 4), on remplace y et x par ses valeurs.

$$4 = 0{,}8 \times 0 + p \Rightarrow p = 4$$

D'où on écrit l'équation sa forme fonctionnelle avec les paramètres m = 0,8 et p = 4 $\quad \mathbf{y = 0,8x + 4}$

Résolution #7

Montrons que $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\times n]{a}$

On sait que $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

$\forall a \in R_+$, $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}}$

On sait que: $(a^p)^q = a^{m\times p}$ D'où $(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m\times n]{a}$

$$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\times n]{a}}$$

Résolution #8

a) $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \cdots + (3x+2)$

$= \sum_{k=1}^{n} (3k+2)$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8}$

$= \sum_{k=1}^{7} \frac{k}{k+1}$

Résolution #9

$$f(x) = arcsinx + arccosx$$

a) Evaluons $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + arccos\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 30° + 60°$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 90°$$

Préparé par Belair DORCINA, Etudiant de l'INAGHEI, également étudiant finissant en économie à la FDSE.