MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)
FILIÈRE D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL
EXAMENS DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
MATHÉMATIQUES
SÉRIES : (SVT, SMP)
TEXTE MODÈLE

Consignes :1.L'usage de la calculatrice programmable est interdit2.Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B :Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 8). (40 pts / 5 pts par question).

1- On donne la fonction numérique f définie par $f(x) = x^n$, où n est un entier relatif négatif. La limite en $+\infty$ de cette fonction f est égale à ……..

2- Si f est la fonction numérique de variable réelle x définie par $f(x) = 2e^{2x} + \frac{1}{x}\ln x$, alors une primitive F de f est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $F(x) =$ ……

3- La suite réelle U définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{3^{n+2}}{5^{n+1}}$ est une suite géométrique de raison $q =$ …………

4- On considère la suite (U_n) de terme général $U_n = \ln\left(\frac{1}{4-n}\right)$. On peut affirmer que l'ensemble des indices de cette suite est ………….

5- z est un nombre complexe tel que $z = -3 + 5i$. Si z est une racine carrée d'un certain complexe U, alors l'écriture de ce dernier sous forme algébrique est $U =$ ………….

6- Si G est le barycentre des points $A(-1, 1)$, $B(2, 0)$ et $C(1 ; 3)$ affectés respectivement des coefficients $1+\alpha,\ 1,\ 1-2\alpha, (\alpha \in \mathbb{R})$, alors les coordonnées du point G en fonction de α sont : $x_G =$ …. et $y_G =$ ……

7- Pour réaliser des étiquettes de publipostage une entreprise utilise une banque de données contenant 6000 adresses dont 120 erronées et 5880 exactes. On prélève au hasard avec remise 10 étiquettes parmi les 6000 contenues dans cette banque. La probabilité qu'exactement trois (3) d'entre elles comportent une adresse erronée est $p =$ ………..

8- Pour 6 enfants d'âges accomplis 8 ans, on a relevé la taille t_i et la pointure p_i (des chaussures). En voici les résultats.

Taille en centimètre	100	110	120	125	130	135
Pointure	6	6	6,50	7	7	7,50

Le point moyen de cette série double est $G(\ldots ; \ldots)$

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq (5) exercices (60 pts) 20 pts / exercice.

1. Soit g la fonction numérique de variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x+2)e^{x-1} - 1$.

a) Calculer les limites de $g(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers $-\infty$.

b) Calculer $g'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs de x, en déduire le sens de variation de la fonction g.

c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique racine α telle que $0{,}20 < \alpha < 0{,}21$.

2. Le taux de croissance annuel de la population mondiale est actuellement de 25%. Cela signifie que P_n étant la population mondiale de l'année n, on a donc $\frac{P_{n+1} - P_n}{P_n} = \frac{25}{100}$. On suppose que ce taux est constant.

a) Montrer que P est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b) Sachant que la population mondiale en 2022 est de 7 milliards d'habitants (P_n), calculer ce que sera cette population en 2027.

c) Si ce taux de croissance reste constant, en combien d'années la population mondiale sera-t-elle doublée ?

3. Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthogonal direct $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ et $z_2 = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$.

a) Construire M_1 et M_2 dans le plan du repère (unité graphique : 3 cm).

b) Construire dans le même plan de repère le point M_3 image de M_2 par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$, puis donner l'affixe z_3 de ce point.

4. Un sac contient 5 boules numérotées de 1 à 5. On tire simultanément deux boules du sac et on considère la variable aléatoire X qui, à chaque tirage de deux boules associe la somme des numéros obtenus.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

5. On fabrique en grande série une pièce dont on contrôle toutes les 15 minutes la cote exprimée en mm, qui doit se trouver dans l'intervalle [15,8 ; 52,8].
Le tableau suivant donne les résultats de 2 premières heures.

Durée en heure (x_i)	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
Moyenne en mm (y_i)	52,12	52,16	52,24	52,28	52,32	52,37	52,44	52,47

a) Dessiner le nuage de points associé à ce tableau.

b) Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des sous-nuages constituées des quatre premiers points et des quatre derniers.

c) Déterminer a et b de l'équation $y = ax + b$ de la droite passant par les points G_1 et G_2.