MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ...

BACCALAURÉAT DEUXIÈME PARTIE

SESSION ORDINAIRE - JUILLET 2012

MbPH

PHILO C – D

110

MATHÉMATIQUES

Consigne : 1) Le téléphone est interdit dans les salles *2) L'épreuve comporte trois parties* *3) Le silence est obligatoire* *4) L'usage de la calculatrice programmable est interdit*

Durée : 3 heures 30

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question)

1. On considère une suite géométrique (U_n) définie sur $\mathbb{N}$. Sa raison est $\frac{1}{2}$ et son premier terme est 4. Si son $n^{ième}$ terme est $\frac{1}{4}$, alors $n =$ ____.

2. On considère $t_{\vec{u}}$ et $t_{\vec{v}}$ deux translations affines du plan P muni d'un repère avec $\vec{u}(4, 2)$ et $\vec{v}(5, -4)$. Si on pose $t_{\vec{w}} = t_{3\vec{u}} o t_{-4\vec{v}}$, alors $\vec{w}$ a pour coordonnées ____ et ____.

3. Une boîte contient des jetons numérotés de 1 à 15 et on tire au hasard l'un de ces jetons. La probabilité d'obtenir sur le jeton tiré un nombre qui est un multiple de 5 est ____.

4. On lance 3 fois de suite un dé bien équilibré. La probabilité d'obtenir le 5 à chaque lancer est ____.

5. On considère la fonction f de variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$. Le domaine de définition de f est $Df =$ ____ et l'ensemble de ses primitives est $F(x) =$ ____.

6. Soit f une fonction numérique de variable réelle x définie par $f(x) = tg(\sin 2x)$. La fonction dérivée première de f est $f'(x) =$ ____.

7. Un argument du nombre complexe $a = -e^{i\frac{\pi}{4}}$ est ____.

8. Dans un plan muni d'un repère orthonormal direct, la transformation qui, au point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -iz$ est ____.

9. Soit U une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = 3n - 2$. La somme des $(n-1)$ premiers termes de cette suite en fonction de n est ____.

10. m et n sont deux nombres réels non nuls. Les coordonnées du point I, isobarycentre des points $A(2, -3)$ et $B(m, n)$ en fonction de m et n sont ____ et ____.

PARTIE B.- Analyse obligatoire (30 pts)

On considère la fonction f à variable réelle x définie par $f(x) = e^x + \ln x$.

a) Étudier les variations de f.

b) Étudier l'existence, le nombre et la nature des branches infinies de la courbe (C) de f en repère orhtonormal.

c) Justifier que f est une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ sur $\mathbb{R}$. En déduire que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point $A(\alpha, 0)$ tel que $\frac{1}{4} \leq \alpha \leq \frac{1}{3}$.

d) Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère.

PARTIE C.- Traiter 2 des 4 exercices suivants (40 pts)

I. On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 5 \\ U_0 = 3 \end{cases}$$

a) Calculer U_1 et U_2.

b) On définit une suite (V_n) sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n + \alpha$ où α est un réel.

1) Déterminer α pour que la suite (V_n) soit géométrique. Préciser la raison et le premier terme de la suite (V_n).
2) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
3) On pose $S_n = \sum_{i=0}^{n} U_i$. Déterminer S_n en fonction de n, puis calculer sa limite.

II. Une urne contient trois boules : une rouge, une verte et une bleue. On tire au hasard et successivement deux boules de cette urne, en remettant dans l'urne la boule tirée après chaque tirage.

1. Déterminer l'ensemble des tirages possibles.
2. On convient de la règle suivante, le tirage d'une boule rouge donne 1 point, celui d'une verte donne 2 points et celui d'une bleue coûte – 3 points.
   a. Déterminer les valeurs prises par X.
   b. Calculer la probabilité pour que X soit égale à -2.
3. Calculer l'espérance mathématique de X et sa variance.

III. Soit (P) le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. On considère l'application S de P dans P, qui, à tout point $M(x, y)$ d'affixe $z = x + yi$, fait correspondre le point $M'(x', y')$ d'affixe $z' = x' + y'i$ telle que $s(z) = z' = (1 + i\sqrt{3})z + 1 + i$

a) Montrer que l'application S est une similitude directe dont on déterminera le rapport k, l'angle θ et le centre Ω.

b) Déterminer x' et y' en fonction de x et de y.

c) En déduire l'image de la droite $(\mathscr{D})$ du plan (P) d'équation $x + y - 5 = 0$ par l'application S.

d) En déduire l'image par S du cercle $(\mathscr{C})$ de centre $C(1, 2)$ et de rayon 3.

e) Montrer que le point A d'affixe $z_A = 1 + 5i$ appartient au cercle $(\mathscr{C})$.

IV. E est un plan vectoriel muni d'une base orthonormale $(\vec{i}, \vec{j})$. Soit f un endomorphisme de E de matrice $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & -4 \end{pmatrix}$ (où a et b sont deux réels donnés) relativement à $(\vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer a et b sachant que f est une symétrie vectorielle de E.
2. Trouver alors les éléments caractéristiques de f.
3. Vérifier que l'endomorphisme $g = -f$ est aussi une symétrie vectorielle de E.