MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)

BACCALAURÉAT DEUXIÈME PARTIE

SESSION ORDINAIRE – JUILLET 2013

PHILO C-D

MATHÉMATIQUES

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles 3. L'épreuve comporte trois parties. 4. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).

1- Le domaine de définition de la fonction f telle $f(x) = \ln(e^x - 3)$ est ………………….

2- Si f est la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{\sin x - 2x}{x}$ alors la limite de f quand x tend vers $+\infty$ est …… et la limite de f en 0 est ………

3- Soit l'expérience consistant à établir la composition d'une famille selon le sexe des trois enfants qu'elle comprend. La probabilité de l'événement « l'ainé est une fille ou la famille n'a que des enfants de même sexe est ………………………

4- A et B sont deux événements équiprobables de l'univers Ω d'un espace probabilisé $(\Omega, P(\Omega), p)$.

Si $p(A \cup B) = \dfrac{7}{8}$ et $p(A \cap B) = \dfrac{5}{16}$, alors $p(A) =$ ………………

5- Dans le plan complexe, l'ensemble des points d'affixe $z = x + iy$ vérifiant $|z-1| = |z+i|$ est la droite d'équation ……………………

6- La suite (U_n), définie pour $n > 2$, par $U_n = \dfrac{3n-1}{1-\frac{1}{2}n}$ converge vers……………………

7- Soit z un nombre complexe tel que $z = \dfrac{-\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}}{1+i}$. Un argument de z, à $2k\pi$ près, est ……………………

8- Si (U_n) est une suite réelle telle que $U_0 + U_1 = 7$, $U_0 + U_3 = 15$ et $U_1 + U_3 = 26$, alors la somme $U_0 + U_1 + U_3$ est égale à ……………

9- Dans l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le plan P d'équation $x - y - 6 = 0$ est parallèle à l'axe ………..

10- F et G sont deux droites vectorielles engendrées respectivement par les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ de la base $(\vec{i}, \vec{j})$ du plan vectoriel E. Si S est une symétrie vectorielle de E par rapport à F et de direction G, l'image du vecteur $\vec{a}(-3, 2)$ par S est le vecteur $S(\vec{a})$ de coordonnées …………………

PARTIE B.- Obligatoire (30 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentant f dans un repère orthonormé.

1) a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
En déduire que $\mathscr{C}$ admet, au voisinage de $-\infty$, une asymptote Δ dont on donnera une équation.

2) a) Déterminer et factoriser $f'(x)$.
b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$ et donner la valeur exacte du minimum.

3) La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'asymptote Δ en un point E. Déterminer les coordonnées $(x_E; y_E)$ du point E.

4) Soit l'intégrale : $J = \int_0^{\ln 4} (3 - f(x))dx$.
Calculer la valeur de J.

PARTIE C.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices suivants :(40 points)

1- Pour tout nombre complexe z, on pose : $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 128$

1) Calculer $P(8)$.
2) Déterminer a, b et c tels que, pour tout z de $\mathbb{C}$, on ait : $P(z) = (z-8)(az^2 + bz + c)$.
3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

2- Soit dans $\vec{E}_3$, espace vectoriel muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs $\vec{a}(2, 1, 0)$; $\vec{b}(1, -2, 1)$ et $\vec{c}(2, 3, 1)$.

1) Déterminer l'équation cartésienne du plan vectoriel $\vec{P}$ engendré par $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et une représentation paramétrique de la droite vectorielle $\vec{D}$ engendrée par $\vec{c}$.
2) $\vec{P}$ et $\vec{D}$ étant supplémentaires dans $\vec{E}_3$, définir analytiquement la projection vectorielle p de $\vec{E}_3$ sur $\vec{P}$ parallèlement à $\vec{D}$.
3) En déduire l'expression analytique de la symétrie vectorielle de $\vec{E}_3$ par rapport à $\vec{D}$ parallèlement à $\vec{P}$.

3- On lance simultanément deux dés cubiques parfaitement équilibrés.
Sur le dé A, trois faces sont marquées 1, deux faces sont marquées 3 et une face est marquée 5.
Sur le dé B, deux faces sont marquées 2, deux faces sont marquées 4 et deux faces sont marquées 6.
Les deux dés sont lancés indépendamment.
On appelle X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la somme des deux numéros sortis.

1) a) Déterminer la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance $E(X)$.
b) Déterminer la probabilité de l'événement : « $4 \leq X \leq 10$ ».
2) Calculer l'écart-type de X.
3) Déterminer le diagramme en bâtons de X.

4- On considère la suite géométrique décroissante de nombres réels (U_n) telle que : $\begin{cases} U_0 U_3 = 32 \\ U_0 + U_3 = 18 \end{cases}$

1) Calculer U_0 et U_3.
2) Quelle est la raison de la suite (U_n)? Donner l'expression de U_n en fonction de n. La suite (U_n) est-elle convergente?
3) On pose $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$.
Calculer S_n en fonction de n, puis en déduire la limite de S_n quand n tend vers plus l'infini.