BACCALAURÉAT DEUXIÈME PARTIE

SESSION EXTRAORDINAIRE –AOÛT 2014

PHILO A

MATHÉMATIQUES

Maestria : A

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. L'épreuve comporte deux parties. 4. Le silence est obligatoire
5. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Durée de l'épreuve : 3 heures30

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).

1- A et B étant deux événements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, P(\Omega), p)$ tels que $p(A) = 0,5$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cup B) = 0,6$, alors $p_B(A) = \dots\dots$

2- Soit f une fonction numérique de variable réelle x telle que $f(x) = e^{-2x} - e^{-3x}$. Si f peut s'écrire : $f(x) = \dfrac{e^{ax} - e^{bx}}{e^{5x}}$, alors $a = \dots\dots$ et $b = \dots\dots\dots$

3- Soit f la fonction définie, pour $x \neq 0$, par : $f(x) = \dfrac{3x^2 + 2|x|}{x}$. Alors la $\lim\limits_{0^+} f(x) = \dots\dots\dots\dots$

4- *Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = x\sqrt{x^2 - 4x + 3}$ est* $\dots\dots\dots\dots\dots$

5- Si (U_n) est la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} - 2U_n = 0 \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$, alors l'expression de U_n en fonction de n est telle que $U_n = \dots\dots\dots\dots$

6- On considère une variable aléatoire discrète X dont l'espérance est $E(X) = 6$, la variance est $V(X) = 20$, alors $E(X^2) = \dots\dots\dots\dots\dots$

7- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln(3x - 2) = 4$ est $\dots\dots\dots\dots\dots$

8- Une boîte contient 6 boules dont 3 rouges et les autres sont noires. Si on tire 2 boules dans la boîte l'une après l'autre et avec remise, la probabilité pour que ces deux boules soient noires est $\dots\dots\dots\dots\dots$

9- Si (U_n) est une suite géométrique de premier terme $U_0 = 2$ et de raison $q = \dfrac{1}{3}$, alors la somme

PARTIE B.- Exercices obligatoires (70 points)

1- Soit la fonction f définie sur $]-1; 1[$ pa

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right).$$

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans u plan de repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est paire.
2) Étudier les variations de f.
3) Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
4) Tracer $\mathscr{C}$ et T.

2- Un documentaliste a constaté la répartitio suivante : lorsqu'un lycéen emprunte un livre dans 25% des cas il s'agit d'un livre scolaire deux cinquièmes empruntent un roman et le autres choisissent une bande dessinée.

De plus, un livre scolaire est gardé 4 jours, un bande dessinée est gardée 2 jours et un roman es gardé 15 jours.

On appelle X la variable aléatoire donnant le temps de sortie des livres empruntés.

1) Donner la loi de probabilité de X.
2) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.
3) Déterminer et représenter la fonction d répartition de X.

3- Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$U_n = \frac{1}{n(n+1)}.$$

1) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n)$.
2) Déterminer la valeur de chacune des deu constantes réelles a et b pour qu

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).

1- Soit la fonction f définie par $f(x)=e^{x-2}$. Si f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^{*}_{+}$ alors sa bijection réciproque notée f^{-1} est définie par $f^{-1}(x)=$ ………

2- La fonction $x \mapsto E(x)$, partie entière de x, est encadrée par deux fonctions affines f et g telles que, pour tout réel x, $f(x)=$ ……… et $g(x)=$ ………

3- La somme des entiers naturels impairs inférieurs à 100 est ……………………

4- Une suite qui est à la fois arithmétique et géométrique est une suite ……………………

5- Si z est un complexe tel que $z=\left(\sin\frac{\pi}{5}+i\cos\frac{\pi}{5}\right)^{6}$, alors sa forme trigonométrique est ……………

6- Un argument du nombre complexe $z=(\sqrt{3}+i)e^{i\frac{5\pi}{6}}$ est………………

7- On donne deux matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 2 & 5\end{pmatrix}$. La matrice $A+B$ est inversible et son inverse est …………

8- On donne une base $(\vec{i},\vec{j})$ telle que $\|\vec{i}\|=1$, $\|\vec{j}\|=\sqrt{3}$ et $\vec{i}\cdot\vec{j}=\frac{3}{2}$. Les composantes du vecteur $\vec{v}$ telles que $(\vec{i},\vec{v})$ soit une base orthonormale sont ………………

9- Si X est une variable aléatoire telle que $\sigma^{2}(X)=9$, alors $\sigma^{2}(-2X+5)$ est égale à …………………

10- A et B sont deux événements tels que : $p(A)=0{,}8$, $p(B)=0{,}3$ et $p(A\cup B)=0{,}86$. La probabilité de l'événement A sachant que B est réalisé, notée $p(A/B)$, est égale à ……………………

PARTIE B.- Obligatoire (30 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-2+\frac{4}{e^{x}+1}$, et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.

a) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire :

$$f(x)=x+2-\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}=x+2-\frac{4}{1+e^{-x}}.$$

b) 1) Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation : $y=x-2$ est asymptote à $\mathscr{C}$ quant x tend vers $+\infty$.

Préciser la position relative de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$.

2) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x+2$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $-\infty$.

Préciser la position relative de $\mathscr{C}$ et Δ.

c) Calculer la dérivée de f. En déduire le sens de variation de la fonction f.

d) Tracer les asymptotes, la tangente au point d'abscisse nulle et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

PARTIE C.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices suivants :(40 points)

1- Soit E un espace vectoriel de dimension 3 sur $\mathbb{R}$, de base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On note D la droite vectorielle engendrée par $\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$, et P le plan vectoriel engendré par $\vec{i}-\vec{j}$ et $\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$.

a) Montrer que D et P sont supplémentaires dans E, puis déterminer l'équation de P.

b) Définir analytiquement l'endomorphisme f, projection vectorielle de E sur P parallèlement à D.

c) En déduire l'expression analytique de l'endomorphisme g, symétrie vectorielle de E par rapport à P de direction D.

2- On considère la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n=\ln\frac{n+1}{n+2}$.

a) Calculer les 3 premiers et le $10^{\text{ème}}$ termes de la suite (U_n).

b) Montrer que la suite (U_n) est convergente.

c) On pose $S_n=\sum_{i=0}^{n}U_i=U_0+U_2+\ldots+U_n$.

1) En remarquant que $U_n=\ln(n+1)-\ln(n+2)$, pour tout n de $\mathbb{N}$. Exprimer S_n en fonction de n.

2) Justifier que la suite (S_n) est divergente.

3- a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe : $z=\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$.

b) 1) Déterminer les entiers naturels n tels que z^{n} est réel.

2) Calculer z^{n} pour la plus petite des valeurs de n obtenues.

c) Déterminer les entiers naturels n tels que z^{n} est imaginaire pur.

4- La loi de probabilité ci-dessous décrit le lancer d'un dé truqué, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,15	0,2	0,4	0,1	0,05

a) Déterminer la probabilité de chacun des événements :

A : « le résultat est pair »;
B : « le résultat est au plus égal à 3 »;
C : « le résultat est un nombre premier »;
$D=A\cup B$; $E=B\cap C$; $F=\overline{A}$.

b) Représenter graphiquement cette loi de probabilité.